

Kokkuvõte

Mingil sündmusel võib olla **mitu** tagajärge. Näiteks jalgpallimängu puhul võib võita üks võistkond või teine võistkond ning mäng võib jääda ka viiki. Igal tagajärjel on oma tõenäosus. Vahel on neid kergem hinnata, vahel raskem, kuid

sündmuse kõigi tagajärgede tõenäosuste summa on alati 1 või 100%.

Seda teadmist kasutatakse tõenäosuste arvutamisel sageli. **Kui ongi vaid üks võimalik tagajärg ehk siis meil on kindel sündmus, siis ka selle tõenäosus on 100%** (see tähendab, et see sündmus kindlasti juhtub). Meid huvitavate sündmuste tõenäosus on meid huvitavate sündmuste arvu suhe kõikide sündmuste arvu, ehk

$$\text{Tõenäosus} = \frac{\text{Soodsate sündmuste arv}}{\text{Kõigi sündmuste arv}}.$$

Näiteks kui jalgpallivõistkonnas on 11 mängijat, kellest üks on väravavaht ning me valime nende hulgast kinnisilmi ja juhuslikult ühe mängija, siis tõenäosus, et valisime väravavahi on 1/11, sest meil on kokku 11 erinevat võimalust valik teha, kuid ainult üks valik on see, mis meid huvitab ja mille tõenäosust soovime teada.

Kui vaatleme kahte sündmust, millest igaühel on mingi kindel tõenäosus, siis kuidas saada teada, millise tõenäosusega toimub üks või teine sündmus? Kui näiteks võidu tõenäosus on 50% ja kaotuse tõenäosus 30% (lisaks on jalgpallis ka viigi võimalus, mis antud juhul on 20%), siis tõenäosus, et me kas võidame või kaotame, on 80%.

Sõna “või” tähendab tõenäosusteoorias liitmistehet.

Kui vaatleme kahte sündmust, millest igaühel on mingi kindel tõenäosus, siis kuidas saada teada, millise tõenäosusega toimuvad mõlemad - nii üks kui ka teine sündmus? Kui näiteks võidu tõenäosus on 50% ja kaotuse tõenäosus 30%, siis tõenäosus, et me võidame või kaotame üheaegselt, on null. **Need sündmused on teineteist välistavad ning seega ei ole mõtet sellist küsimust küsida sündmuste kohta, mis ei saa üheaegselt toimuda.** Kui aga näiteks soovime teada tõenäosust, et lööme pallile pihta (tõenäosus 90%) ning samal ajal lendab jalast jalgpallisaabas (tõenäosus 1%), siis tõenäosus, et mõlemad sündmused juhtuvad, on $0,9 \cdot 0,01 = 0,009$ ehk 0,9%.

Sõna „ja“ tähendab tõenäosusteoorias korrutamistehet.

Suunavaid ideid tunni läbiviijale:

Peale video vaatamist jagage õpilastele infolehed, kus on meeldetuletuseks kirjas mõned videos esinenud matemaatikateadmised.

Vastake õpilaste tekkinud küsimustele ning jagage ülesannete lehed, võtke ka endale üks (kui õpilastel on küsimusi ülesannete kohta, mis videos jäid lahti seletamata, siis need on ülesannete lehel ning mõeldudki siinkohal lahendamiseks)

Lahendage ülesandeid koos ning juhendage, kui näete, et õpilased jäävad mingis kohas jänni. Näiteks võib oletada, et esimese ülesande puhul ei tulda selle peale, et kui kaitsja väravalöömise tõenäosus on x , poolkaitsja oma $2x$ ning ründaja oma $4x$, siis kõigi mängijate tõenäosuste summa peab olema $4x+4\cdot 2x+2\cdot 4x=1$ (ülesande õige vastus on: kaitsja – $1/20$, poolkaitsja – $1/10$, ründaja – $1/5$)

Teise ülesande õige vastus on: $1/3$. (Sest kokku on 9 erinevat võimalust kahe mängu tulemusteks ning neist kolm on sobivad võimalused)

Kolmanda ülesande puhul arutlege peale seda, kui esimesed õpilased on õige vastuse ja põhjenduse öelnud, et tõesti – esimese väite kinnituseks on meil oluliselt rohkem andmeid.

Kolmandast ülesandest võiks välja kasvada arutelu sellest, et tulevikusündmuste ennustamiseks kogume andmeid minevikust ning eeldame, et tulevikus toimuvad sündmused sama tõenäosusega või sama seaduspärasuse alusel, nagu minevikus. Seetõttu ongi tarvis võimalikult palju andmeid (suurt valimit) – väheste tulemuste põhjal ei ole alust eeldada mingit seaduspärasust.

Edasi võib tuua näiteid sellest, kuidas teatud lihtsamatel juhtudel ei ole vaja andmeid koguda, et leida sündmuse toimumise tõenäosust tulevikus – näiteks täringuvise või kaardipakist juhusliku kaardi võtmine – kui võimalikke tagajärgi on kindel teadaolev (võrdlemisi väike) arv ning tagajärgedel on võrdsed tõenäosused (või on teada nende suhted – näiteks kaardipakist juhuslikult suvalist masti emanda võtmine on neli korda tõenäolisem, kui ärtu seitsme). Samas reaalses elus ettetulevate sündmuste puhul tuleb ikkagi üldjuhul tegeleda statistikaga.

Tasub rõhutada, et statistikata ei saa tänapäeval ühegi elukutse esindaja – ka ajakirjanik, jalgpallitreener ja sotsiaalteadlane peavad uurima ja tõlgendama (sageli ise ka eelnevalt koguma) andmeid – loodus- ja täppisteadustega tegelevatest inimestest rääkimata. Lisaks võib rääkida kuidas statistika aitab meil ka igapäevaseid otsuseid paremini teha.

Ülesanded:

1) Videos toodi näiteks üks ülesanne, mis jäi vastuseta. Ülesanne oli järgnev: Kui võistkond lööb värava, siis eeldame, et väravavaht kindlasti seda ei teinud. Poolkaitsjal on kaks korda suurem tõenäosus värav lüüa, kui kaitsjal, ning ründajal on kaks korda suurem tõenäosus värav lüüa, kui poolkaitsjal. Milline on tõenäosus, et värava lööb kaitsja? Milline, et värava lööb poolkaitsja? Ning millise tõenäosusega lööb värava ründaja? Eeldame, et mängijaid on kokku 11, kellest üks on väravavaht, kaitsjaid on neli, poolkaitsjaid samuti 4 ning ründajaid kaks tükki.

2) Liigahooaja lõpuni on kaks mängu. Võistkond peab liigatiitli võitmiseks ühe mängu võitma ja teise vähemalt viiki mängima (muidugi sobib ka võit). Oletame, et viimase kahe mängu vastased on meie vaadeldava võistkonnaga võrdse tasemega ja nendega mängimisel on tulemustel vastavad tõenäosused - võit: $\frac{1}{3}$, viik: $\frac{1}{3}$, kaotus: $\frac{1}{3}$. Millise tõenäosusega võidab meie vaadeldav meeskond tiitli?

3) Videos mainiti kahte erinevat olukorda. Loetakse kokku mängija 100 pealelööki ning nähakse, et neist 10 olid väravatabamused. Teise mängija puhul loeti kokku 2 pealelööki ning neist üks osutus väravatabamuseks. Väidame, et 1. Mängija lööb palli väravasse 10% tõenäosusega ning teine mängija 50% tõenäosusega. Kas mõlemad väited tunduvad võrdselt usutavad? Kui ei, siis miks mitte? Mis on neis näidetes see erinevus, mis teeb ühe usutavamaks, kui teise?